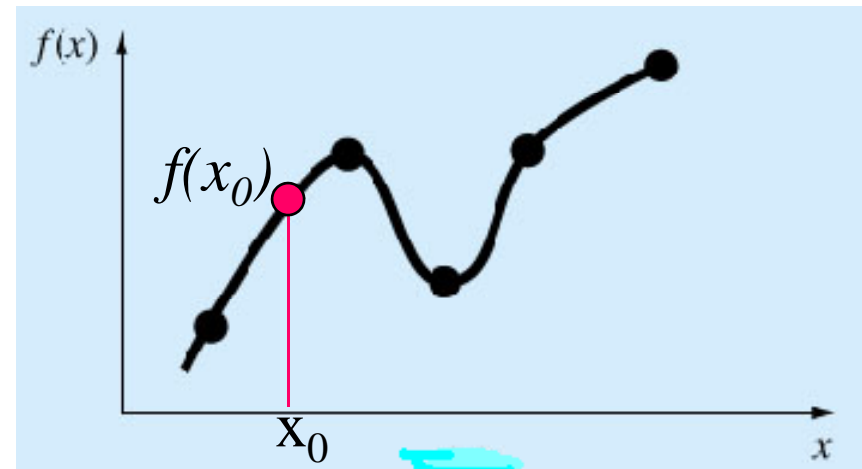
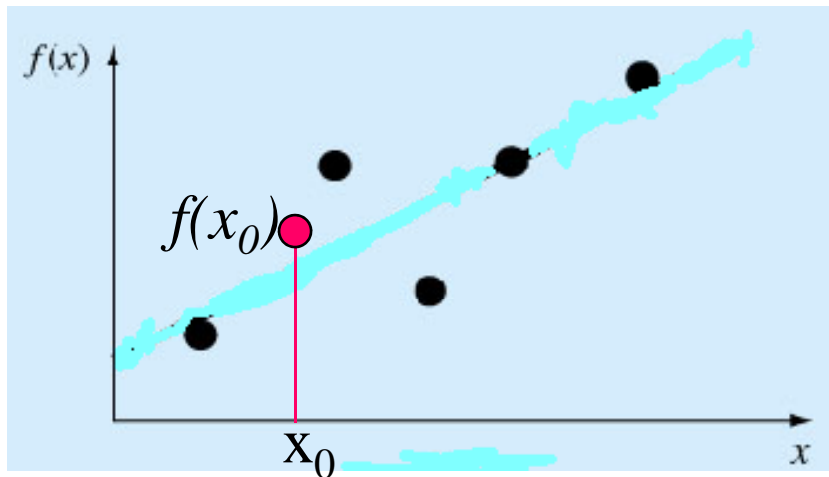


REGRESI

- Curve Fitting
- Regresi Linier
- Regresi Eksponensial
- Regresi Polynomial

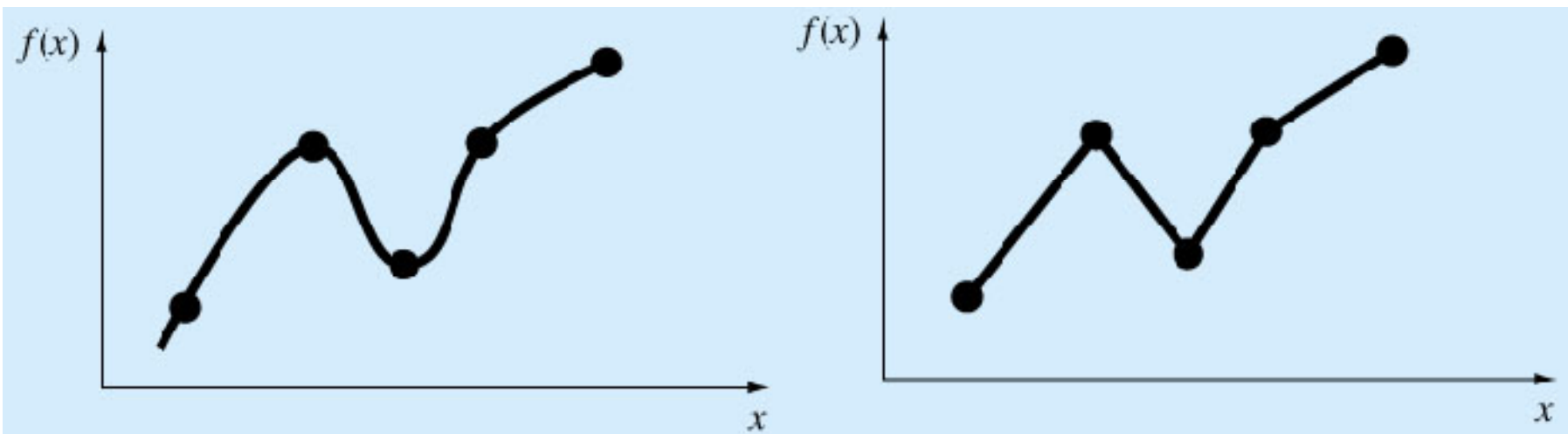
Curve Fitting: Kasus 1

Diberikan data berupa kumpulan titik-titik diskrit. Diperlukan estimasi / perkiraan untuk mendapatkan nilai dari titik-titik yang berada di antara titik-titik diskrit tersebut



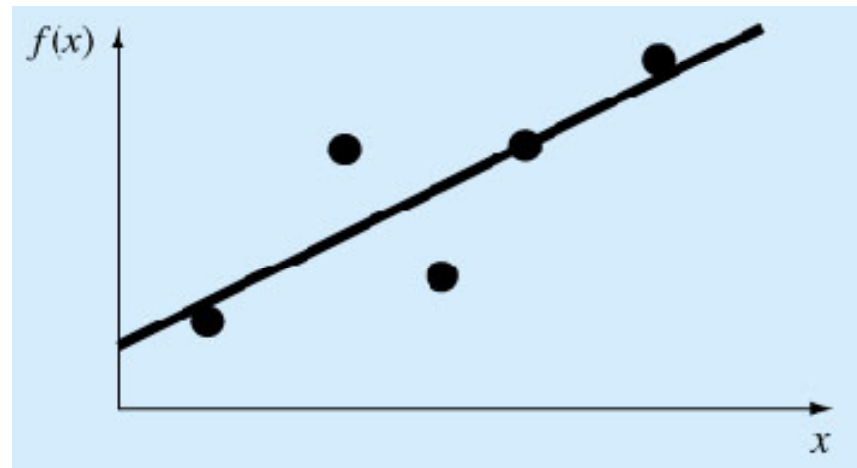
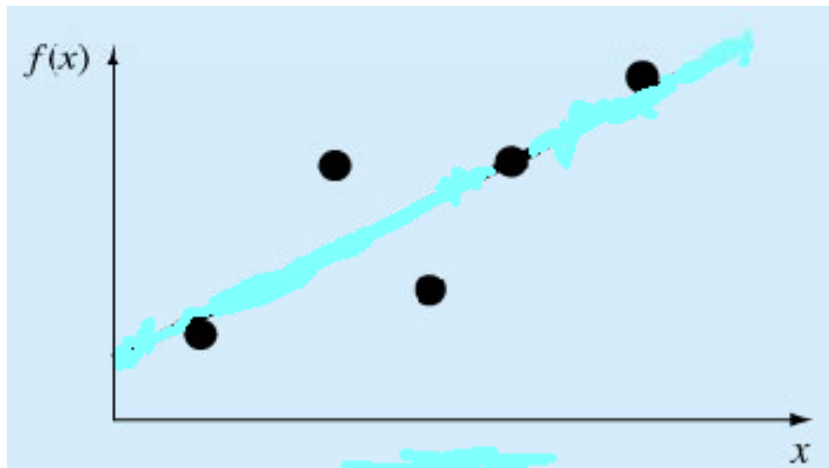
Curve Fitting: Kasus 2

Dari kumpulan titik yang membentuk data, dapat dibuat sebuah persamaan fungsi sederhana.



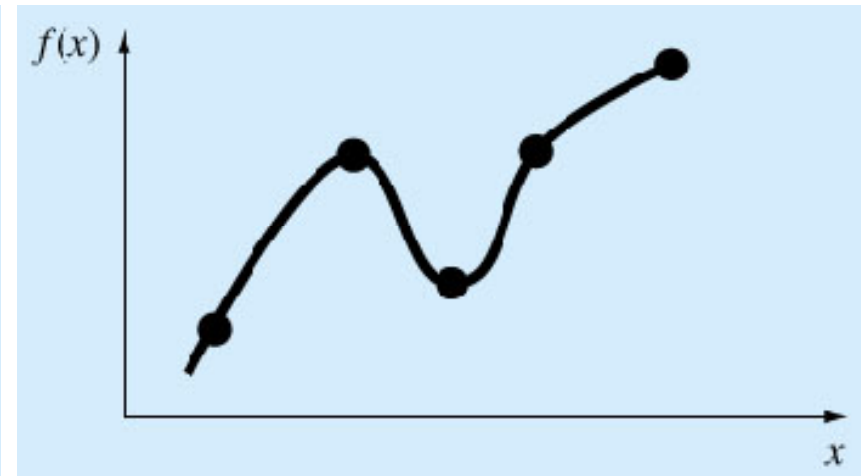
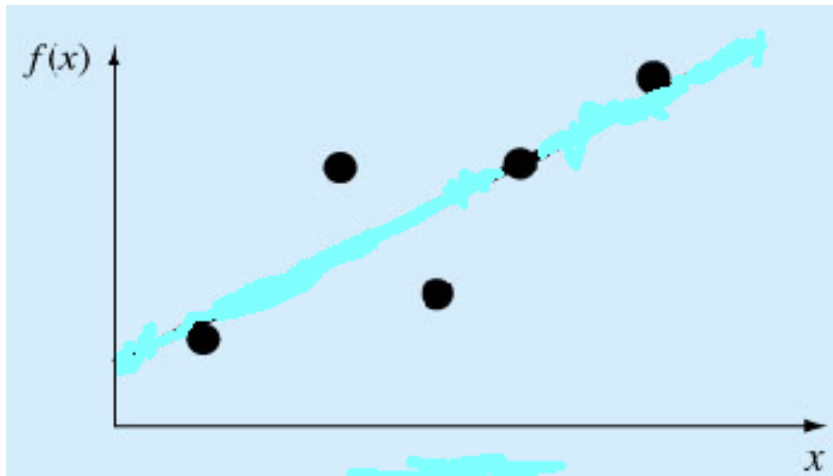
Curve Fitting: Regresi

Jika data menunjukkan sebuah derajat kesalahan atau noise, dapat dibuat kurva tunggal untuk merepresentasikan trend data tersebut.



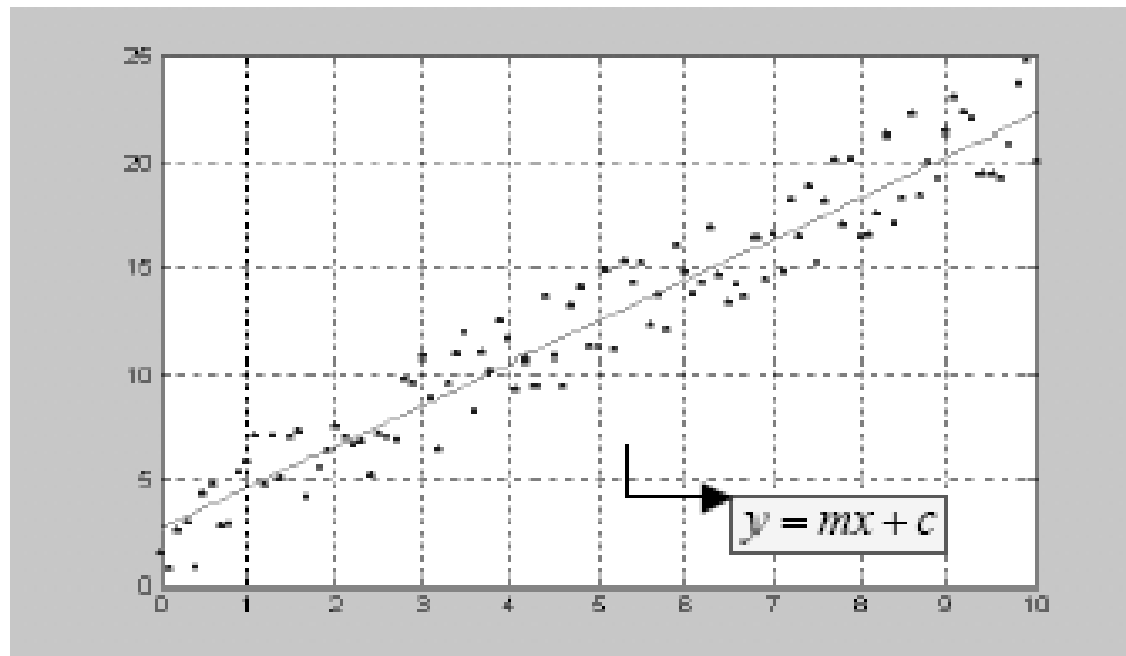
Curve Fitting: Interpolasi

Jika data yang disediakan sudah sangat presisi, pendekatan yang dilakukan adalah dengan membuat kurva atau urutan kurva yang sesuai yang melalui masing-masing titik.



Regresi Linier

Regresi Linier digunakan untuk menentukan fungsi linier yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_n, y_n) yang diketahui.



Sebaran data dengan kurva linier

Untuk mendapatkan fungsi linier $y=mx+c$,
dicari nilai m dan c

$$m = \frac{N \sum_{n=1}^N x_n y_n - \left(\sum_{n=1}^N x_n \right) \left(\sum_{n=1}^N y_n \right)}{N \sum_{n=1}^N x_n^2 - \left(\sum_{n=1}^N x_n \right)^2}$$

$$c = \frac{\sum_{n=1}^N y_n}{N} - m \frac{\sum_{n=1}^N x_n}{N} = \bar{y} - m\bar{x}$$

Contoh Penyelesaian Regresi Linier

Carilah persamaan kurva linier jika diketahui data untuk x dan y sebagai berikut:

x_n	y_n
1	0.5
2	2.5
3	2.0
4	4.0
5	3.5
6	6.0
7	5.5

$$\sum_{n=1}^{N=7} x_n y_n = 119.5$$

$$\sum_{n=1}^{N=7} x_n = 28 \quad \sum_{n=1}^{N=7} y_n = 24.0 \quad \sum_{n=1}^{N=7} x_n^2 = 140$$

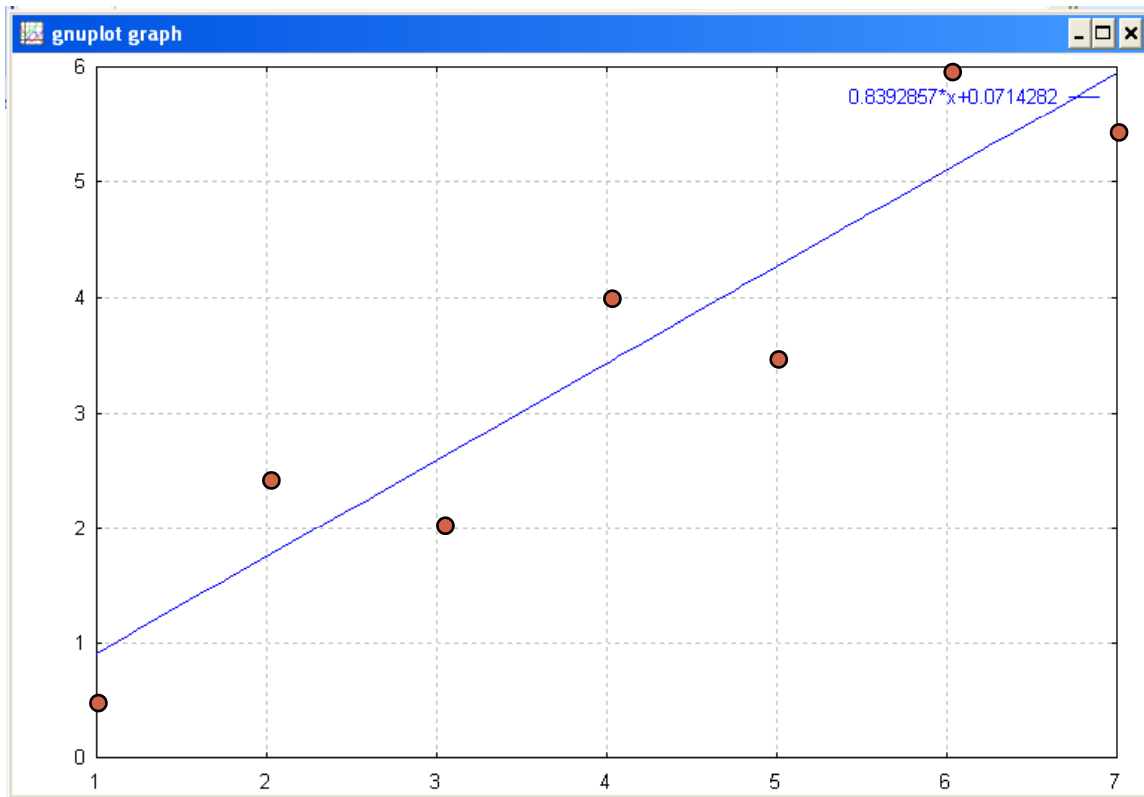
$$\bar{x} = \frac{28}{7} = 4 \quad \bar{y} = \frac{24}{7} = 3.428571$$

$$m = \frac{7 \times 119.5 - 28 \times 24}{7 \times 140 - 28^2} = 0.8392857$$

$$c = \bar{y} - m\bar{x} = 3.428571 - 0.8392857 \times 4 = 0.0714282$$

Sehingga persamaan kurva linier :

$$y = 0.8392857x + 0.0714282$$



kurva $y = 0.8392857x + 0.0714282$

Tabel data hasil regresi

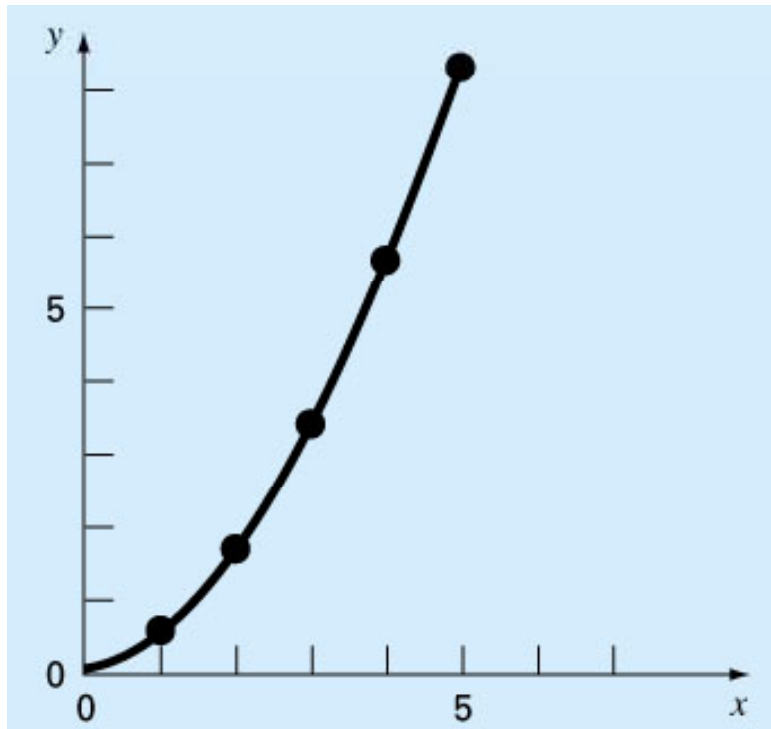
No	x	y
1	1	0.910714
2	1.5	1.33036
3	2	1.75
4	2.5	2.16964
5	3	2.58929
6	3.5	3.00893
7	4	3.42857
8	4.5	3.84821
9	5	4.26786
10	5.5	4.6875
11	6	5.10714
12	6.5	5.52679
13	7	5.94643
14	7.5	6.36607
15	8	6.78571
16	8.5	7.20536
17	9	7.625
18	9.5	8.04464
19	10	8.46429

Algoritma Regresi Linier

1. Tentukan N titik data yang diketahui dalam (x_i, y_i) untuk $i = 1, 2, 3, \dots, N$
2. Hitung nilai m dan c dengan menggunakan formulasi dari regresi linier
3. Tampilkan fungsi linier
4. Hitung fungsi linier tersebut dalam range x dan step dx tertentu
5. Tampilkan hasil tabel (x_n, y_n) dari hasil fungsi linier tersebut

Regresi Eksponensial

Regresi Eksponensial digunakan untuk menentukan fungsi eksponensial yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_n, y_n) yang diketahui.



Regresi Eksponensial merupakan pengembangan dari regresi linier dengan memanfaatkan fungsi logaritmik

Untuk fungsi $y = e^{ax+b}$ dapat di logaritma-kan menjadi

$$\ln y = \ln(e^{ax+b})$$

atau

$$\ln y = ax + b$$

jika $z = ax + b$ **maka:** $z = \ln y$

Contoh Penyelesaian Regresi Eksponensial

Carilah persamaan kurva eksponensial jika diketahui data untuk x dan y sebagai berikut:

x_i	y_i	$z_i = \ln y$
1	0.5	-0.6931
2	1.7	0.5306
3	3.4	1.2238
4	5.7	1.7405
5	8.4	2.1282

Cari nilai a dan b seperti mencari nilai m dan c pada regresi linier

$$\sum x_n = 15 \quad \sum z_n = 4.93 \quad N=5$$

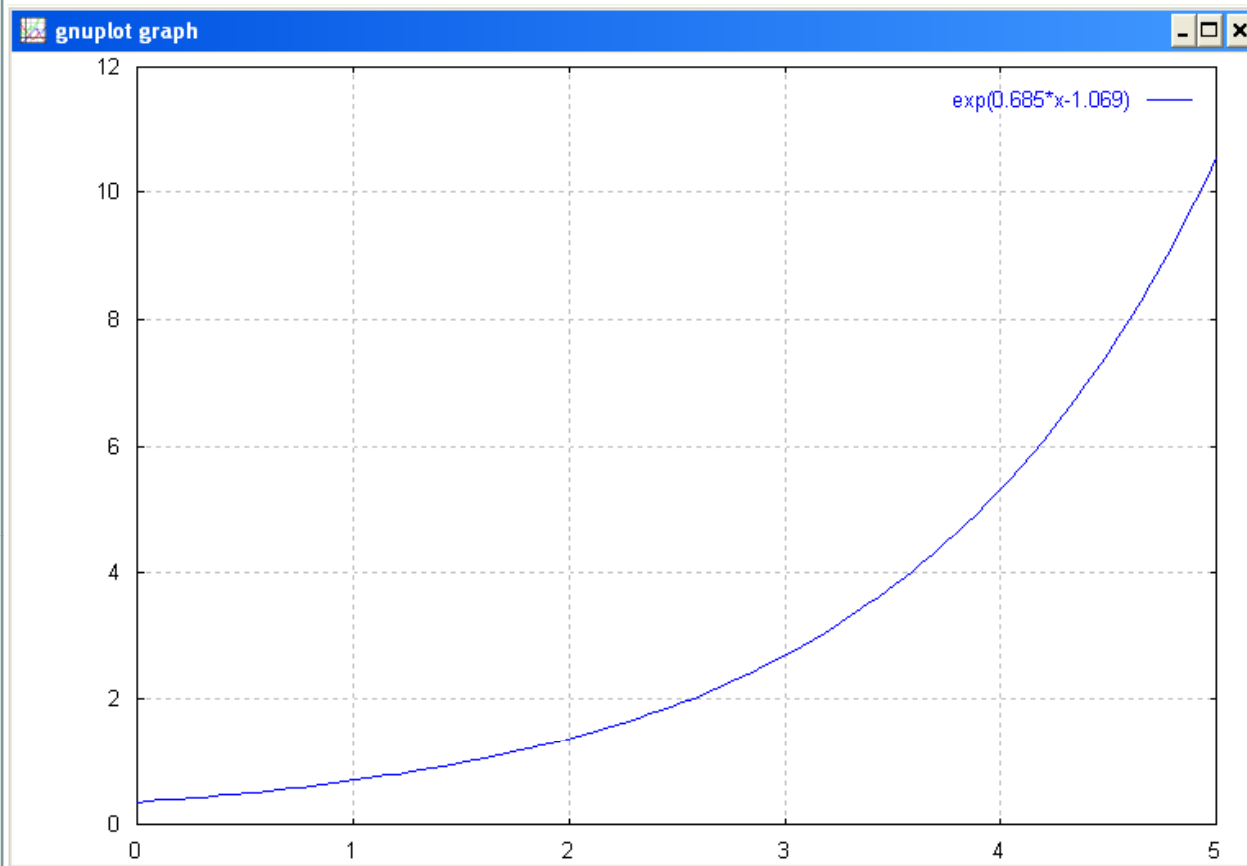
$$\sum x_n z_n = 21.6425 \quad \sum x_n^2 = 55$$

$$a = \frac{5 \times 21.6425 - 15 \times 4.93}{5 \times 55 - (15)^2} = 0.685$$

$$b = \frac{4.93}{5} - 0.685 \times \frac{15}{5} = -1.069$$

Sehingga persamaan kurva eksponensial menjadi:

$$y = e^{0.685x - 1.069}$$



Tabel data hasil regresi

i	x	y
1	1	0.6811
2	1.5	0.9593
3	2	1.3512
4	2.5	1.9031
5	3	2.6805
6	3.5	3.7754
7	4	5.3175
8	4.5	7.4895
9	5	10.5487
10	5.5	14.8574

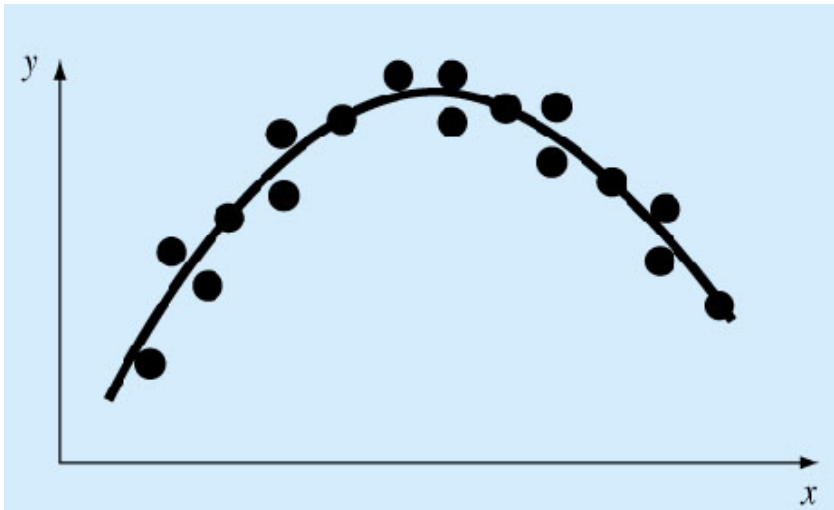
Kurva eksponensial $y = e^{0.685x-1.069}$

Algoritma Regresi Eksponensial

1. Tentukan N titik data yang diketahui dalam (x_i, y_i) untuk $i = 1, 2, 3, \dots, N$
2. Ubah nilai y menjadi z dengan $z = \ln y$
3. Hitung nilai a dan b dengan menggunakan formulasi dari regresi linier (seperti mencari m dan c)
4. Tampilkan fungsi eksponensial $y = e^{ax+b}$
5. Hitung fungsi eksponensial tersebut dalam range x dan step dx tertentu
6. Tampilkan hasil tabel (x_n, y_n) dari hasil fungsi eksponensial tersebut

Regresi Polynomial

Regresi Polynomial digunakan untuk menentukan fungsi polinomial yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_n, y_n) yang diketahui.



Fungsi Pendekatan :

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

Untuk persamaan polinomial orde 2 didapatkan hubungan :

$$\begin{cases} na_0 + \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)a_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)a_2 = \sum_{i=1}^n y_i \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)a_0 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)a_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^3\right)a_2 = \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)a_0 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^3\right)a_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^4\right)a_2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 y_i) \end{cases}$$

Contoh Penyelesaian Regresi Polinomial

Carilah persamaan kurva polinomial jika diketahui data untuk x dan y sebagai berikut:

x_i	y_i
0	2.1
1	7.7
2	13.6
3	27.2
4	40.9
5	61.1

$$n=6 \quad \sum x_i y_i = 585.6 \quad \sum x_i^2 y_i = 2488.8$$

$$\sum x_i = 15 \quad \sum y_i = 152.6 \quad \bar{x} = 2.5 \quad \bar{y} = 25.433$$

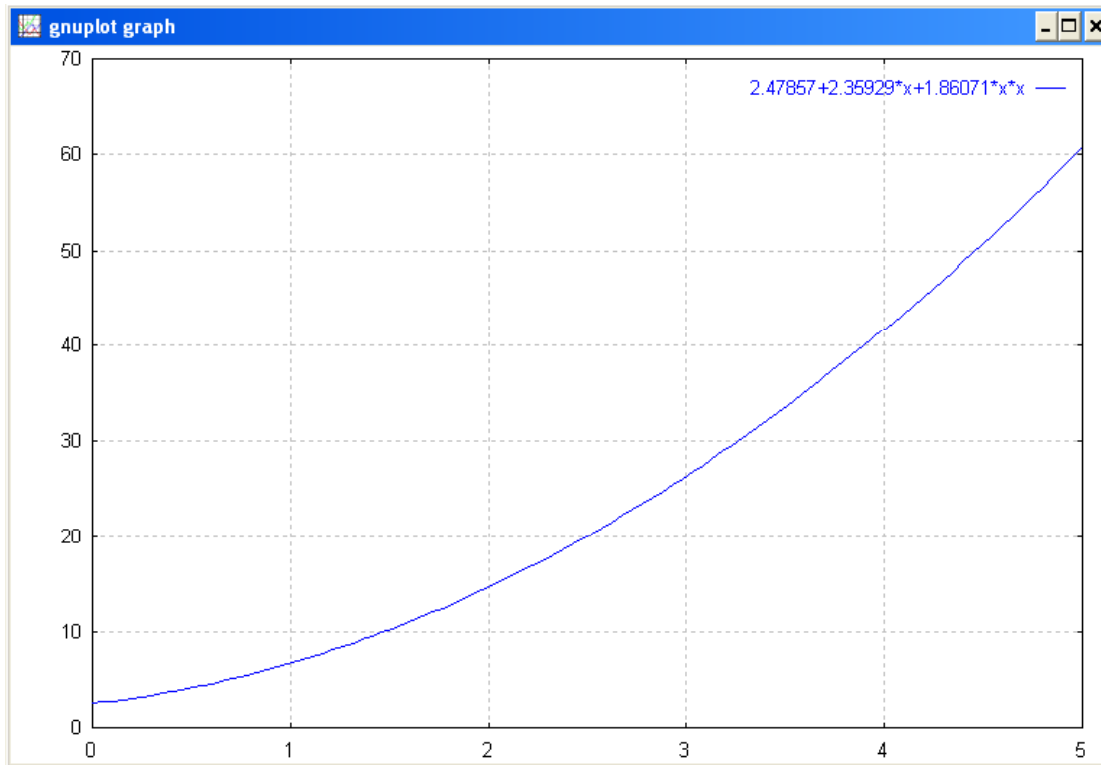
$$\sum x_i^2 = 55 \quad \sum x_i^3 = 225 \quad \sum x_i^4 = 979$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 15 & 55 \\ 15 & 55 & 225 \\ 55 & 225 & 979 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 152.6 \\ 585.6 \\ 2488.8 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2.47857 \\ 2.35929 \\ 1.86071 \end{Bmatrix}$$

sehingga

$$y = 2.47857 + 2.35929x + 1.86071x^2$$



Tabel data hasil regresi

i	x	y
1	1	6.69857
2	1.5	10.2041
3	2	14.64
4	2.5	20.0062
5	3	26.3028
6	3.5	33.5298
7	4	41.6871
8	4.5	50.7748
9	5	60.7928
10	5.5	71.7411

Kurva polinomial

$$y=2.47857+2.35929x+1.86071x^2$$

Algoritma Regresi Polinomial

1. Tentukan N titik data yang diketahui dalam (x_i, y_i) untuk $i = 1, 2, 3, \dots, N$
2. Hitung nilai-nilai yang berhubungan dengan jumlahan data untuk mengisi matrik normal
3. Hitung nilai koefisien a_0, a_1, a_2 dengan menggunakan eliminasi Gauss/Gauss-Jordan
4. Tampilkan fungsi polinomial $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$
5. Hitung fungsi polinomial tersebut dalam range x dan step dx tertentu
6. Tampilkan hasil tabel (x_n, y_n) dari hasil fungsi polinomial tersebut