

# Interpolasi

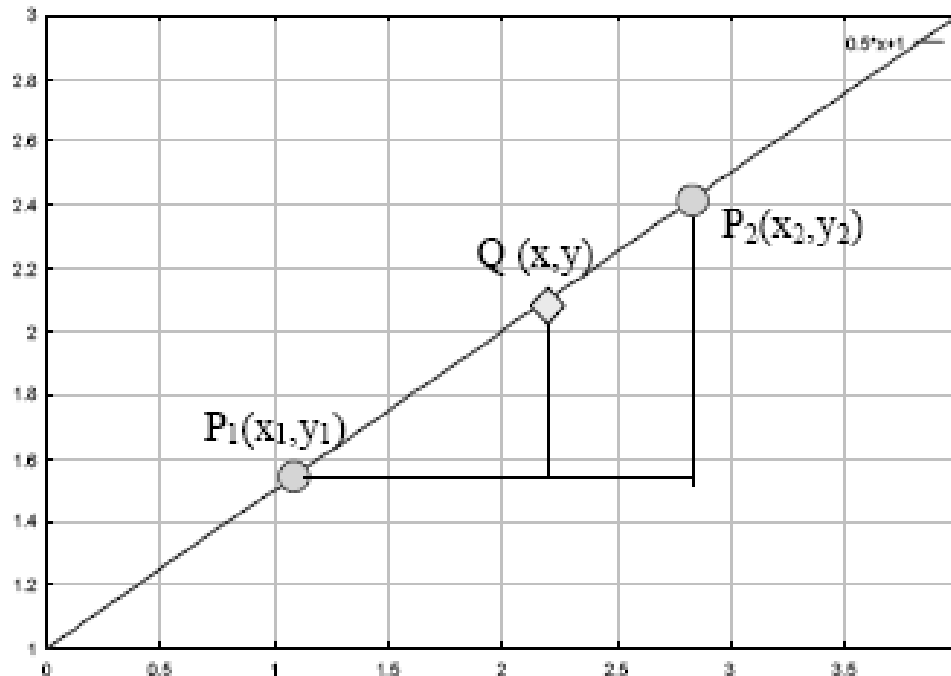
1

- Interpolasi Linier
- Interpolasi Kuadratik
- Interpolasi Polinomial

Interpolasi → menentukan titik-titik antara n buah titik

# 1. Interpolasi Linier

menentukan titik-titik antara 2 buah titik dengan menggunakan pendekatan fungsi garis lurus



Persamaan garis lurus yang melalui 2 titik  $P_1(x_1, y_1)$  dan  $P_2(x_2, y_2)$

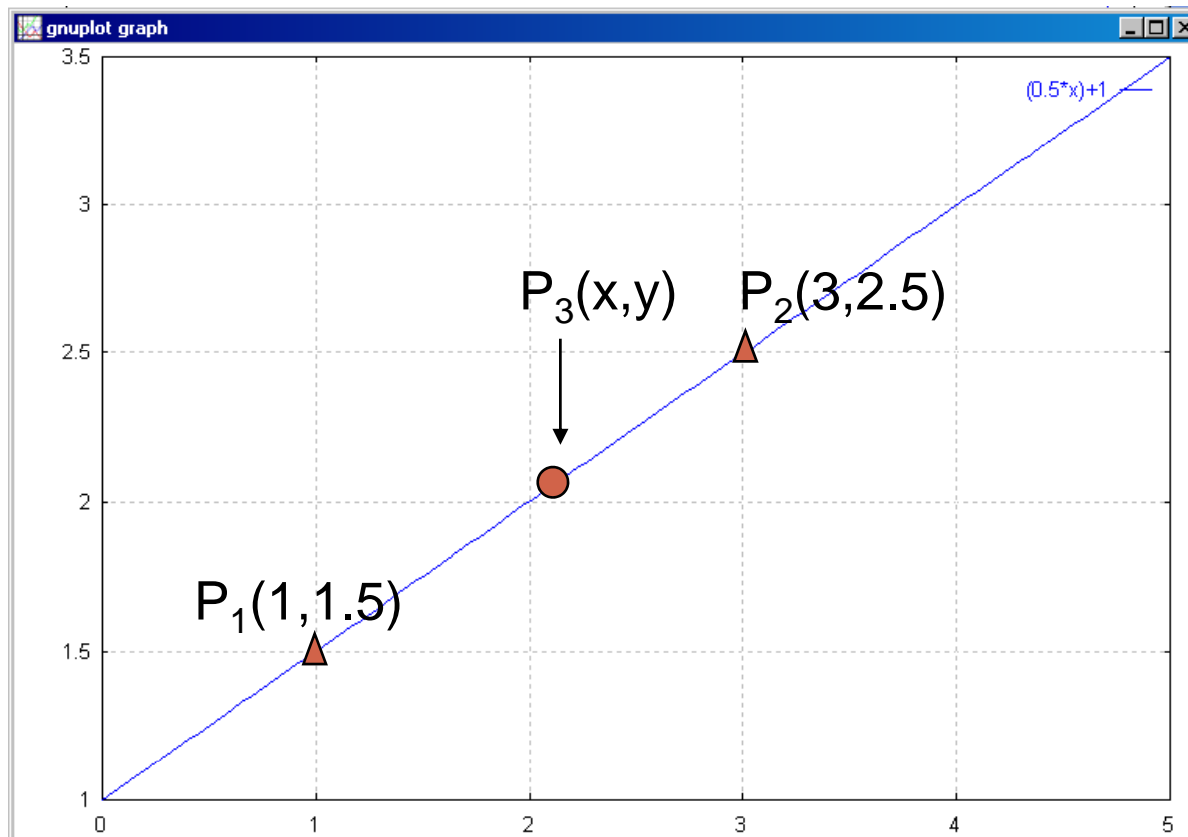
$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Sehingga diperoleh persamaan dari interpolasi linier :

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1$$

# Contoh penyelesaian Interpolasi Linier

Cari nilai  $y$  untuk titik  $x=2.1$  yang berada di antara titik  $(1,1.5)$  dan  $(3,2.5)$



Jawab:

$P_1(1,1.5)$  dan  $P_2(3,2.5)$

$x=2.1$

$$\begin{aligned}y &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 \\ &= \frac{2.5 - 1.5}{3 - 1} (2.1 - 1) + 1.5 \\ &= 2.05\end{aligned}$$

Titik terbaru adalah  $P_3(2.1,2.05)$

# Algoritma Interpolasi Linier

1. Tentukan 2 titik  $P_1$  dan  $P_2$  dengan koordinatnya masing-masing  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$ .
2. Tentukan titik  $x$  dari titik yang akan dicari
3. Hitung nilai  $y$  dengan :

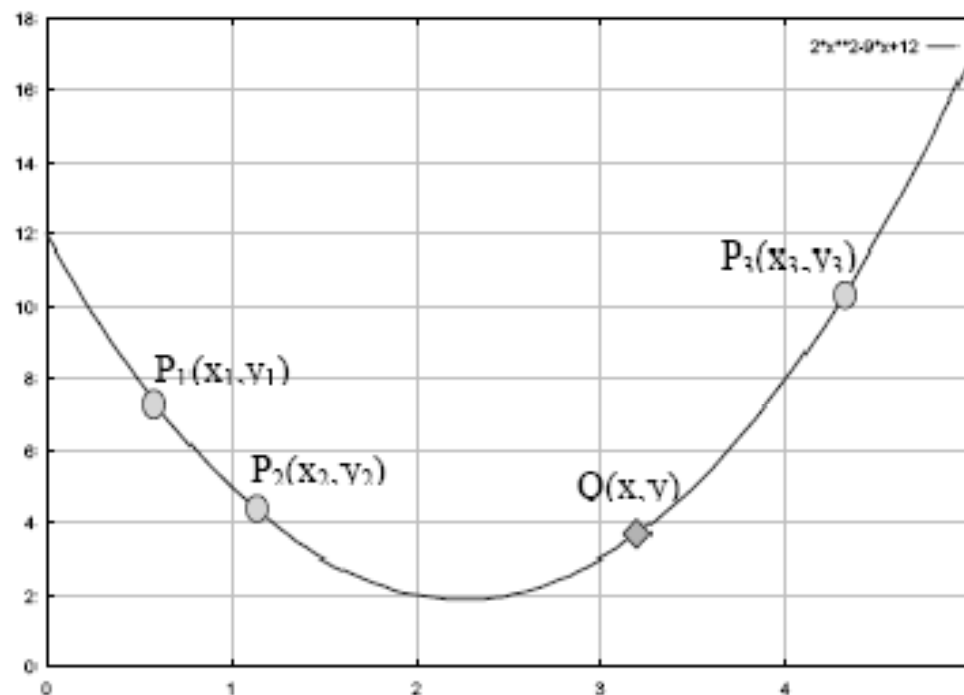
$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1$$

4. Tampilkan nilai titik yang terbaru

## 2. Interpolasi Kuadratik

menentukan titik-titik antara 3 buah titik dengan menggunakan pendekatan fungsi kuadrat

3 titik yang diketahui:  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$  dan  $P_3(x_3, y_3)$



Untuk memperoleh titik Q(x,y) digunakan interpolasi kuadratik :

$$y = y_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + y_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + y_3 \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

## Contoh penyelesaian Interpolasi Kuadratik

Cari nilai y untuk titik x=2.5 yang berada di antara titik (1,5), (2,2) dan (3,3)



Jawab:

$P_1(1,5)$  ,  $P_2(2,2)$  dan  $P_3(3,3)$

$x=2.5$

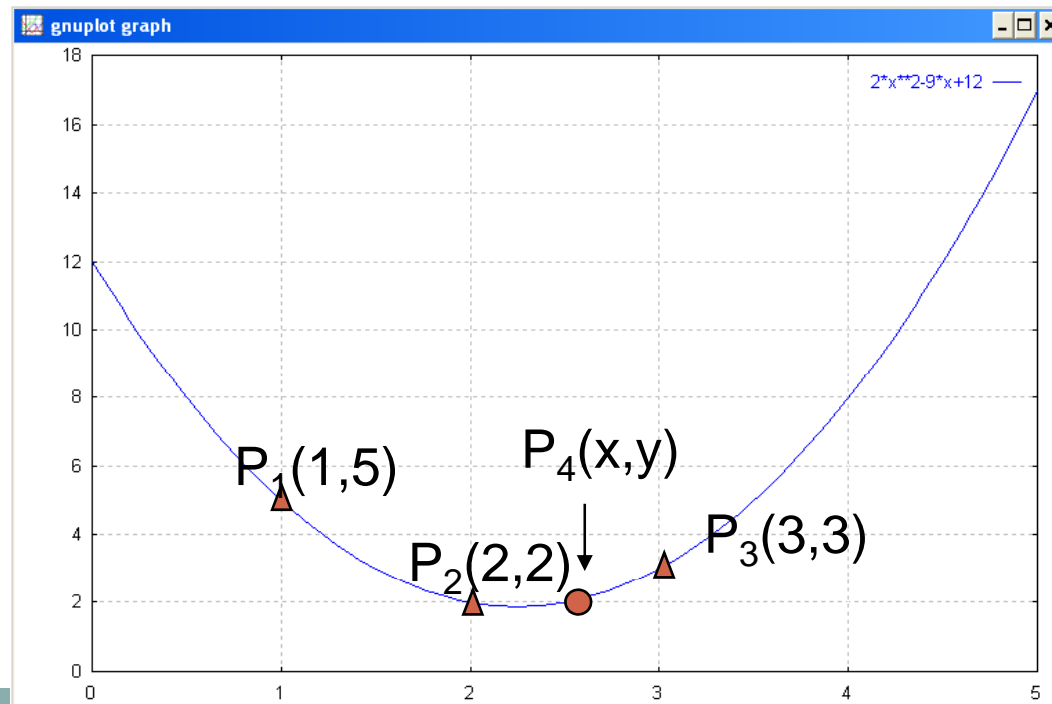
$$y = y_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + y_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + y_3 \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

$$= 5 \frac{(2.5 - 2)(2.5 - 3)}{(1 - 2)(1 - 3)} + 2 \frac{(2.5 - 1)(2.5 - 3)}{(2 - 1)(2 - 3)} + 3 \frac{(2.5 - 1)(2.5 - 2)}{(3 - 1)(3 - 2)}$$

$$= 2$$

Titik baru:

$P_4(2.5,2)$



# Algoritma Interpolasi Kuadratik

1. Tentukan 3 titik  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  dengan koordinatnya masing-masing  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ , dan  $(x_3, y_3)$ .
2. Tentukan titik  $x$  dari titik yang akan dicari
3. Hitung nilai  $y$  dengan :

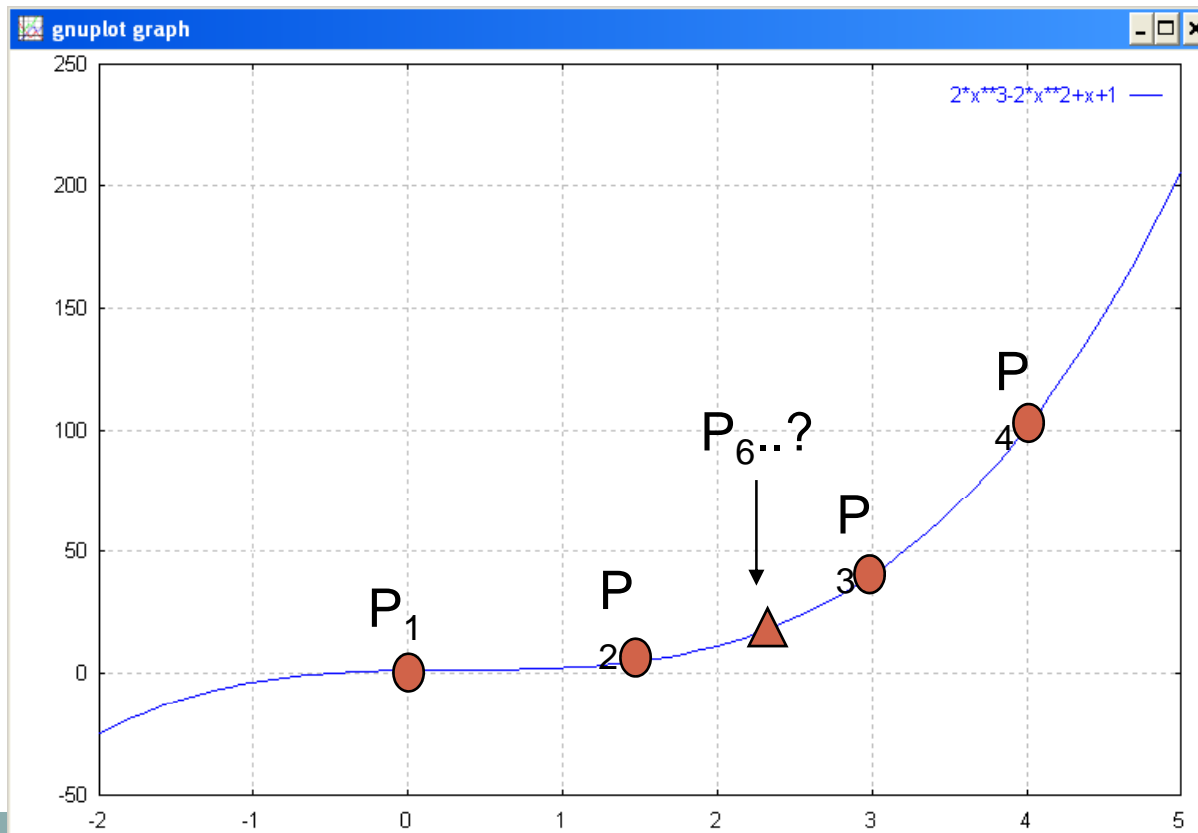
$$y = y_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + y_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + y_3 \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

4. Tampilkan nilai titik yang terbaru

### 3. Interpolasi Polinomial

menentukan titik-titik antara N buah titik dengan menggunakan pendekatan fungsi polynomial pangkat N-1

Titik-titik yang diketahui:  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ ,  
 $P_3(x_3, y_3) \dots P_N(x_N, y_N)$



## Persamaan polynomial pangkat N-1

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1}$$

Masukkan nilai dari setiap titik ke dalam persamaan polynomial di atas, diperoleh persamaan simultan dengan  $n$  persamaan dan  $n$  variabel bebas

$$y_1 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + a_3x_1^3 + \dots + a_{n-1}x_1^{n-1}$$

$$y_2 = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + a_3x_2^3 + \dots + a_{n-1}x_2^{n-1}$$

$$y_3 = a_0 + a_1x_3 + a_2x_3^2 + a_3x_3^3 + \dots + a_{n-1}x_3^{n-1}$$

.....

$$y_n = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + a_3x_n^3 + \dots + a_{n-1}x_n^{n-1}$$

# Contoh penyelesaian Interpolasi Polynomial

Cari nilai  $y$  untuk titik  $x=3$  yang berada di antara titik-titik  $(3.2, 22), (2.7, 17.8), (1, 14.2), (4.8, 38.3)$

$$x=3.2 \rightarrow a(3.2)^3 + b(3.2)^2 + c(3.2) + d = 22$$

$$x=2.7 \rightarrow a(2.7)^3 + b(2.7)^2 + c(2.7) + d = 17.8$$

$$x=1 \rightarrow a(1)^3 + b(1)^2 + c(1) + d = 14.2$$

$$x=4.8 \rightarrow a(4.8)^3 + b(4.8)^2 + c(4.8) + d = 38.3$$

Didapatkan :

$$a = -0.5275$$

$$b = 6.4952$$

$$c = -16.117$$

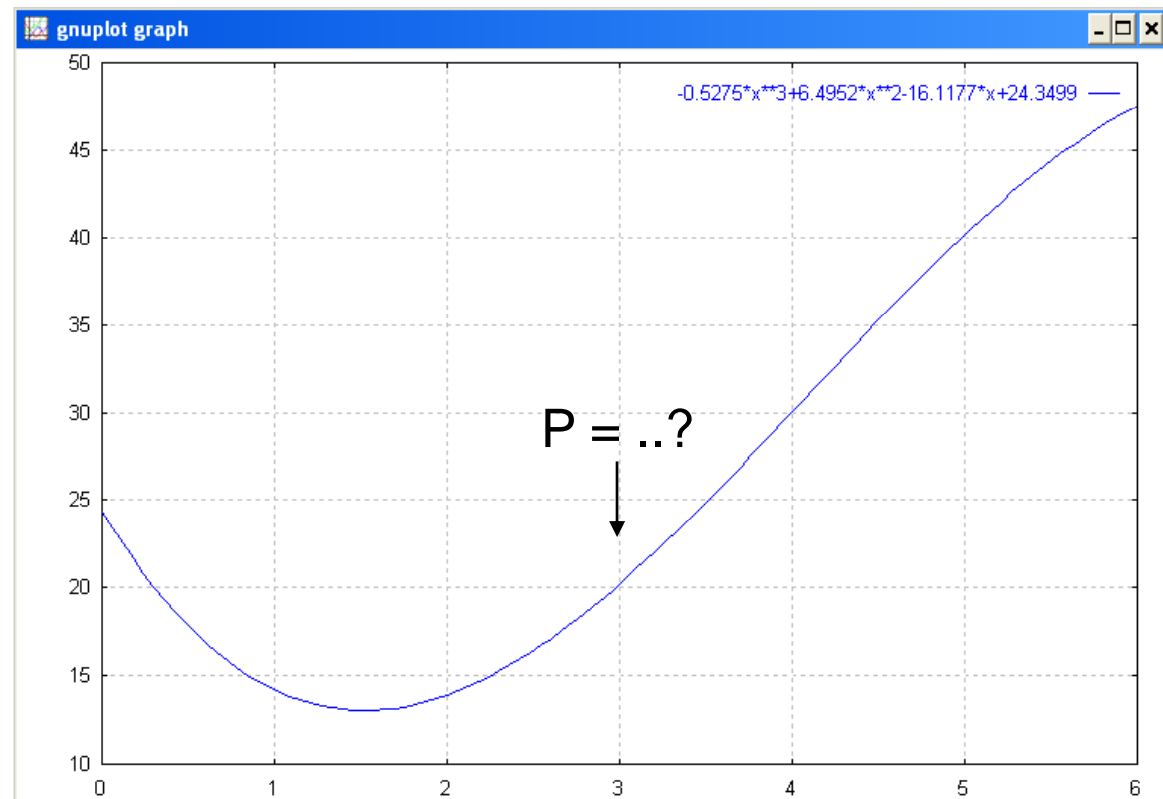
$$d = 24.3499$$

Sehingga persamaan polynomialnya menjadi :

$$y = -0.5275x^3 + 6.4952x^2 - 16.1177x + 24.3499$$

Untuk  $x = 3$  didapatkan nilai  $y = 20.212$

Titik terbaru :  
(3,20.212)



# Algoritma Interpolasi Polynomial

- (1) Menentukan jumlah titik  $N$  yang diketahui.
- (2) Memasukkan titik-titik yang diketahui  $P_i = (x_i, y_i)$  untuk  $i=1,2,3,\dots,N$
- (3) Menyusun augmented matrik dari titik-titik yang diketahui sebagai berikut:

$$J = \left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} & y_1 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} & y_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} & y_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} & y_n \end{array} \right]$$

(4) Menyelesaikan persamaan simultan dengan augmented matrik di atas dengan menggunakan metode eliminasi gauss/Jordan.

(5) Menyusun koefisien fungsi polynomial berdasarkan penyelesaian persamaan simultan di atas.

$$a = \{a_i | a_i = J(i, n), 0 \leq i \leq n - 1\}$$

(6) Memasukkan nilai x dari titik yang diketahui

(7) Menghitung nilai y dari fungsi polynomial yang dihasilkan

$$y = \sum_{i=0}^{N-1} a_i x^i$$

(8) Menampilkan titik (x,y)